

文章编号:1000-8055(2012)04-0876-06

幂律流体液膜破裂的线性稳定性分析

王 枫¹, 富庆飞², 杨立军²

(1. 西北工业大学 航天学院, 西安 710072;

2. 北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191)

摘 要: 为对凝胶推进剂撞击式喷嘴产生的液膜的破裂行为进行研究,使用线性稳定性分析方法并结合幂定律本构方程对幂律流体液膜的稳定性进行了研究,并对流体物性参数、流变参数等对液膜流动稳定性的影响规律进行了分析. 结果发现:稠度系数、流动指数和表面张力越大,液膜表面扰动波的增长率越小,波长越大. 而较高的液膜速度、气液密度比和液膜厚度都使扰动波增长率变大,但波长随液膜速度和气液密度比的增大而减小,而液膜厚度的情况却相反. 理论计算与实验值的对比表明,线性稳定性分析能较准确地预测液膜的破碎长度,但预测的表面波长却大于实验值.

关 键 词: 撞击式喷嘴; 凝胶推进剂; 幂律流体; 线性稳定性分析; 液膜

中图分类号: V439

文献标志码: A

Linear instability analysis of a power-law liquid sheet

WANG Feng¹, FU Qing-fei², YANG Li-jun²

(1. School of Astronautics,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. School of Astronautics,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: In order to investigate the breakup behavior of the liquid sheet formed by gelled propellant impinging injector, a linear instability analysis method and the power-law constitutive equation were used. The effects of the liquid properties and rheological parameters on the stability of liquid sheet were studied. The results show that as the consistency coefficient, flow index and surface tension increase, the surface wave growth rate decreases and the wavelength increases. A larger liquid sheet velocity, gas to liquid density ratio and sheet thickness can accelerate the growth of surface wave. The wavelength decreases with the increase of sheet velocity and gas to liquid density ratio, while the opposite is true for liquid sheet thickness. The comparison between the theoretical and experimental results shows that the linear instability analysis method can predict the breakup length well, but the predicted wavelength is larger than experimental results.

Key words: impinging injector; gelled propellant; power-law fluid;
linear instability analysis; liquid sheet

凝胶推进剂是在液体推进剂中加入凝胶剂使其在静止状态下成为不易流动的黏稠胶状物,而在加压流动后可以表现出普通液体的流动性. 而

且其中可以添加其他高能分散系而改变其能量特性. 凝胶推进剂兼具固体和液体推进剂的优点,它具有高密度、高燃烧能量、高安全性、流量和推力

收稿日期:2011-05-06; 修订日期:2011-07-10

作者简介:王枫(1972—),男,浙江瑞安人,高级工程师,博士生,研究领域为液体火箭发动喷雾燃烧.

可调及长期贮存的能力,在许多方面有诱人的应用前景^[1].

凝胶推进剂是一种时间依赖的非牛顿黏弹性流体,其特性与经典的流体力学规律有很大不同.同时凝胶具有高黏度的特点,使得凝胶推进剂的雾化成为一个很重要的研究难题,制约了凝胶推进技术向实用化发展.非牛顿流体的雾化与牛顿流体的雾化有很大区别,尽管已经有关于凝胶推进剂应用于某种喷嘴的雾化特性的报道^[2-4],但是对凝胶推进剂的雾化机理还需要进行深入的研究.

液体从喷嘴中喷出会有液膜和射流两种形式.针对牛顿流体射流和液膜的破碎机理已经有大量的实验和理论研究^[5-6],但是针对非牛顿流体液膜的稳定性以及破裂的研究却很少. Liu^[7]和 Brenn 等^[8]对非牛顿流体液膜在无黏气体环境中的稳定性进行了分析.他们的研究表明非牛顿流体液膜具有比牛顿流体液膜更高的扰动增长率,也就是说非牛顿流体液膜比牛顿流体液膜更加不稳定.但是他们所使用的描述非牛顿流体流变特性的本构方程都是基于线性黏弹性方程的,与工程上实际应用的幂律模型(Ostwald-de Waele 模型)并不一致.本文在 Chojnacki 等人^[9]使用的基于幂律模型的非牛顿流体液膜稳定性分析模型的基础上,对流体物性参数及流变参数对液膜稳定性的影响进行讨论,并与实验结果进行了对比.

1 线性稳定性分析模型

当前研究中所使用的凝胶推进剂都具有假塑性、剪切变稀的特性,它们的流变学行为可由幂定律模型控制,因此这类流体也可称之为幂律流体.在对幂律流体液膜进行线性稳定性分析时必须考虑其流变特性.式(1)和式(2)描述了一维空间的幂定律本构关系

$$\tau = \tau_0 + K\dot{\gamma}^n \quad (1)$$

$$\eta = K\dot{\gamma}^{n-1} \quad (2)$$

式中 τ 为剪切力; $\dot{\gamma}$ 为剪切速率; η 为表观黏度; K 为稠度系数; n 为流动指数; τ_0 为屈服应力(一般对于凝胶推进剂很小,可以忽略).

假设基础流场为二维液膜,液膜厚度为 $2h$.周围气体静止,液膜速度为 U_s .液膜和周围气体密度分别为 ρ_l 和 ρ_g ,气液密度比 $Q = \rho_g/\rho_l$,液体相对气体的表面张力为 σ .液膜表面的扰动波具有如下形式:

$$\eta = \eta_0 \exp[i(kx - \bar{\omega}t)] \quad (3)$$

其中 η 表示扰动波振幅,下标 0 表示初始状态. $k = 2\pi/\lambda$ 代表扰动波波数, λ 为扰动波波长, $\bar{\omega} = \bar{\omega}_r + i \cdot \bar{\omega}_i$, 其中实部 $\bar{\omega}_r$ 为扰动波频率,虚部 $\bar{\omega}_i$ 表示的就是扰动波的增长率.当 $\bar{\omega}_i$ 最大时可以认为扰动波处于最不稳定状态.将式(3)所示的微扰动代入气、液体质量、动量守恒方程,利用边界条件,经过推导便可得到扰动波增长率随扰动波数的变化关系,即色散方程.参照文献[9]的做法得到幂律流体平面液膜的色散方程

$$\Omega_i^2 + n(kh)^2 \Omega_i^{2n-1}/Re + 2Q(kh)^2 [1/(QWe) - 1/(kh)] = 0 \quad (4)$$

其中 $\Omega_i = \bar{\omega}_i h/U_s$ 为无量纲扰动波增长率,幂律流体的韦伯数为 $We = \rho_l U_s^2 h/\sigma$,雷诺数定义为 $Re = \rho_l U_s^{2-n} h^n/K$.

对得到的色散方程进行数值求解即可得到扰动波在不同波数下的波增长率,从而对幂律流体平面液膜的稳定性进行分析.若液膜表面振荡振幅达到 $\eta_{bu} = \eta_0 \exp(\bar{\omega}_{i,max} \tau_{bu})$ 时,液膜发生破碎断裂,则破碎时间为

$$\tau_{bu} = \ln(\eta_{bu}/\eta_0)/\bar{\omega}_{i,max} \quad (5)$$

其中 $\bar{\omega}_{i,max}$ 为最大扰动波增长率.因此破裂长度为

$$L_{bu} = U_s \tau_{bu} = U_s \ln(\eta_{bu}/\eta_0)/\bar{\omega}_{i,max} \quad (6)$$

文献[10]建议 $\ln(\eta_{bu}/\eta_0)$ 取值 12,而其他文献的研究根据各自研究的喷嘴和工况不同,分别取值 6.9, 2.0, 2.5^[11-13].这说明 $\ln(\eta_{bu}/\eta_0)$ 值的选取应当根据不同的喷嘴和工况有所不同.本文根据实验结果取 $\ln(\eta_{bu}/\eta_0)$ 的值为 8.具有最大波增长率扰动波被认为在液膜破碎的发展过程中最易被观察到,其波长为

$$\lambda_{dom} = 2\pi/k_{dom} \quad (7)$$

其中 k_{dom} 为最大扰动波增长率所对应的波数,称为占优波数.

2 结果及分析

根据以上幂律流体液膜色散方程,设计算例对流体物性参数及流变参数对液膜稳定性的影响规律进行讨论.

2.1 稠度系数的影响

图1所示为幂律流体稠度系数 K 分别为 3, 5, 7 Pa·sⁿ 和 9 Pa·sⁿ 的情况下,某幂律流体液膜色散关系.其他参数分别为 $n=0.4$, $\rho_l=1010\text{ kg/m}^3$, $\rho_g=1.225\text{ kg/m}^3$, $2h=0.7\text{ mm}$, $\sigma=0.073\text{ N/m}$, $U_s=20\text{ m/s}$.从图1可以看出,随着幂律流体稠度

系数的增大,扰动波的最大增长率以及占优波数都减小,也就是说稠度系数阻碍了扰动波的增长.这是因为当其他参数一定时,稠度系数越大,幂律流体表观黏度越大,见式(2).黏性力对扰动波的增长起到抑制和阻碍的作用.同时, K 的增大使扰动波的不稳定区域变小,再次说明 K 的增加使幂律流体液膜变得稳定.

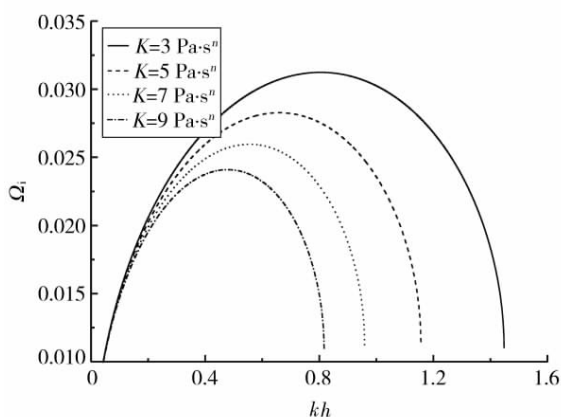


图 1 稠度系数对幂律流体液膜稳定性的影响

Fig. 1 Effect of fluid consistency on the stability of power-law liquid film

2.2 流动指数的影响

流动指数 n 的影响规律与 K 相同.图 2 为幂律流体流动指数 n 分别为 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 和 1.0 的情况下某幂律流体液膜色散关系.其他参数分别为 $K = 7.5 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$, $\rho_l = 1010 \text{ kg/m}^3$, $\rho_g = 1.225 \text{ kg/m}^3$, $2h = 0.7 \text{ mm}$, $\sigma = 0.073 \text{ N/m}$, $U_s = 20 \text{ m/s}$.图 2 所示的规律为:随着流动指数 n 的增大,扰动波的最大增长率以及占优波数都减小,扰

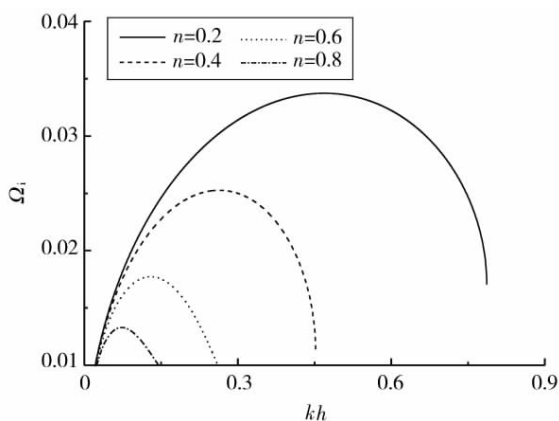


图 2 流动指数对幂律流体液膜稳定性的影响

Fig. 2 Effect of power index on the stability of power-law liquid film

动波的增长被抑制.当其他参数不变, n 值增加,幂律流体的表观黏度也随之增加,见式(2).因此,这一规律还是归因于黏性力的作用,使得幂律流体液膜变得更加稳定.

2.3 液膜速度的影响

图 3 所示为液膜速度分别为 20, 25, 30 m/s 的情况下某幂律流体液膜色散关系.其他参数分别为 $K = 7.5 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$, $n = 0.4$, $\rho_l = 1010 \text{ kg/m}^3$, $\rho_g = 1.225 \text{ kg/m}^3$, $2h = 0.7 \text{ mm}$, $\sigma = 0.073 \text{ N/m}$.

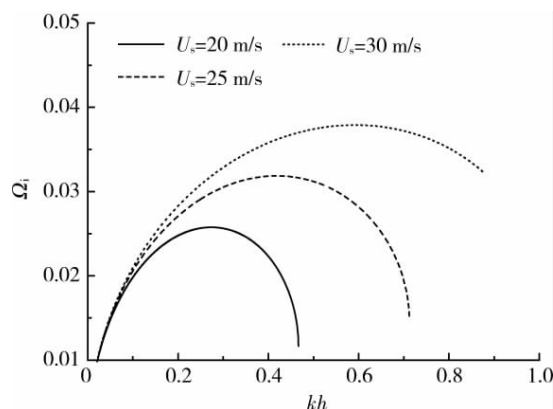


图 3 液膜速度对幂律流体液膜稳定性的影响

Fig. 3 Effect of sheet velocity on the stability of power-law liquid film

从图 3 可以看出,扰动波最大增长率随着液膜速度的增加而增大,即液膜速度的增加使幂律流体液膜变得更加不稳定.这一点与牛顿流体液膜是相似的,都是由于液膜速度的增大使气液界面之间的剪切更加剧烈所引起的.同时液膜速度增大,占优波数变大,也就是说扰动波波长向短波方向发展.扰动波波长越短,液膜破碎后形成的液丝直径也就越小,这与实际情况也是吻合的.另外,从图 3 中看出,液膜速度增加,不稳定的扰动波波数范围也变大,即液膜变得更不稳定.

2.4 液膜厚度的影响

图 4 所示为液膜厚度分别为 0.1, 0.3, 0.5 mm 和 0.7 mm 的情况下某幂律流体液膜色散关系,其他参数分别为 $K = 7.5 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$, $n = 0.4$, $\rho_l = 1010 \text{ kg/m}^3$, $\rho_g = 1.225 \text{ kg/m}^3$, $U_s = 20 \text{ m/s}$, $\sigma = 0.073 \text{ N/m}$.从图 4 可以看出,随着液膜厚度的增加,最大扰动波增长率也随之增加.即对于幂律流体而言,液膜厚度的增加使液膜表面的扰动波变得不稳定.但这并不意味着液膜越厚越有利于雾化.因为随着厚度增加,占优波数变小,扰动波向

长波方向发展,液膜破碎后形成的液丝直径越粗,不利于二次雾化.此外液膜厚度对不稳定扰动波的波数范围的影响不大.

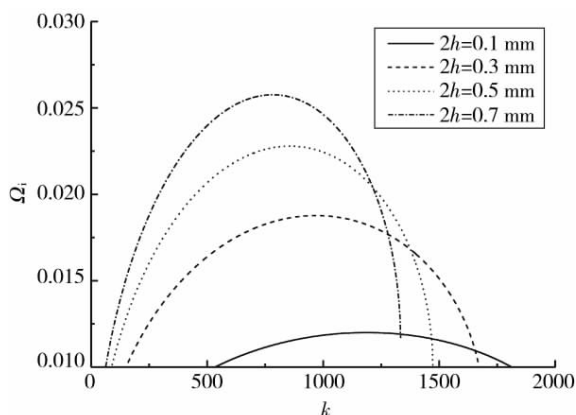


图4 液膜厚度对幂律流体液膜稳定性的影响

Fig. 4 Effect of sheet thickness on the stability of power-law liquid film

2.5 气液密度比的影响

图5所示为气液密度比分别为0.0010, 0.0015和0.0020的情况下某幂律流体液膜色散关系,其他参数为 $K=7.5 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$, $n=0.4$, $2h=0.7 \text{ mm}$, $U_s=20 \text{ m/s}$, $\sigma=0.073 \text{ N/m}$.从图5可以看出,当气液密度比增加,扰动波的最大增长率以及占优波数都增加,也就是说气液密度比可以加速扰动波的增长.同时,气液密度比的增大使扰动波的不稳定区域变大,再次说明气液密度比的增加使幂律流体液膜变得更不稳定.

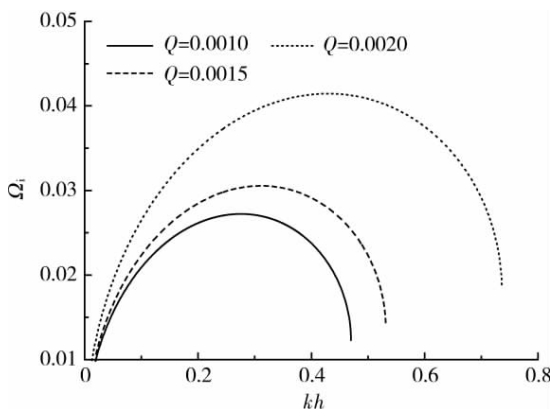


图5 气液密度比对幂律流体液膜稳定性的影响

Fig. 5 Effect of Q on the stability of power-law liquid film

2.6 表面张力的影响

图6所示为表面张力分别为0.02, 0.04,

0.06, 0.08 N/m 和 0.10 N/m 的情况下某幂律流体液膜色散关系,其他参数为 $K=7.5 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$, $n=0.4$, $2h=0.7 \text{ mm}$, $U_s=20 \text{ m/s}$, $\rho_g=1010 \text{ kg/m}^3$, $\rho_l=1.225 \text{ kg/m}^3$.从图6可以看出,当表面张力增加,扰动波的最大增长率以及占优波数都减小,也就是说表面张力阻碍了扰动波的增长.同时,表面张力的增大使扰动波的不稳定区域变小,也说明表面张力的增加使幂律流体液膜变得稳定.表面张力总是力图使液膜表面保持平整,即阻碍扰动的增长.

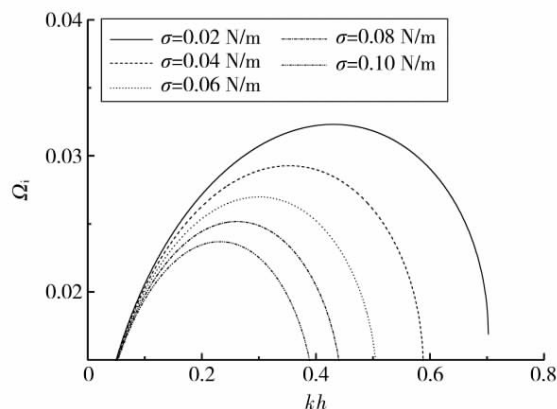


图6 表面张力对幂律流体液膜稳定性的影响

Fig. 6 Effect of surface tension on the stability of power-law liquid film

3 与实验的对比分析

为了验证幂律流体液膜线性稳定性分析模型,对两股射流撞击式喷嘴产生的幂律流体液膜的破碎长度和液膜表面扰动波的波长进行了实验测量,并与线性稳定性分析结果进行对比.实验所用幂律流体的流变性由流变仪测量得到: $K=6.5 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$, $n=0.4$;密度等其他物理性质与水相似.实验用的撞击式喷嘴如图7所示,幂律流体以

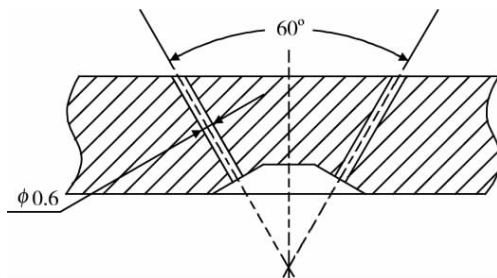


图7 两股射流撞击式喷嘴示意图

Fig. 7 Schematic of an impinging jet injector

相同速度从两个喷孔喷出,在喷嘴下游发生撞击,形成一幂律流体平面液膜.幂律流体液膜及测量方法如图 8 所示.其中破碎长度定义为从撞击点到出现液丝的竖直方向距离;表面扰动波波长定义为液膜表面出现的明暗相间的扰动波波峰(或波谷)之间的距离.测量时通过多次测量取平均值,并对测量结果的标准差进行评估.如文献[14]所述,液膜速度 $U_s = 0.92U_{jet}$, 其中 U_{jet} 为撞击式喷嘴单股射流的速度,可通过喷嘴质量流量计算得到.液膜厚度由喷嘴流量估算,在本文的计算中取液膜厚度 $2h = 0.1\text{ mm}$.

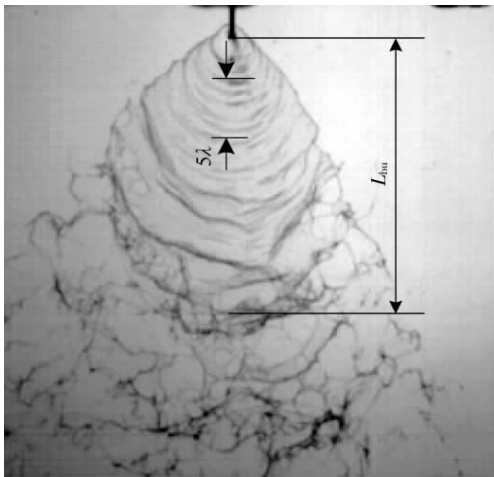


图 8 液膜破碎长度和表面波长的测量方法
Fig. 8 Measurement of breakup length and surface wave length

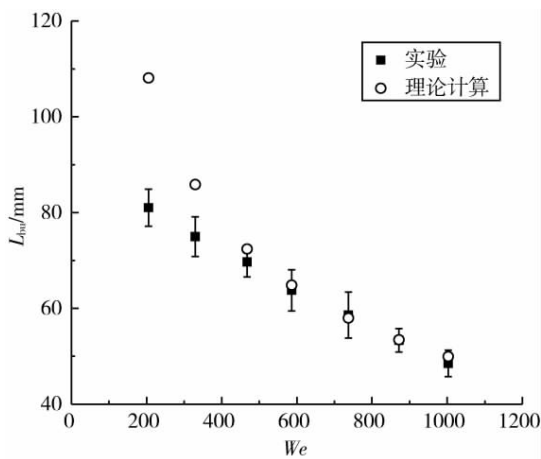


图 9 幂律流体液膜破碎长度计算值与实验值的对比
Fig. 9 Comparison of calculated and measured liquid sheet breakup length

图 9 为实验测得的幂律流体液膜破碎长度与线性稳定性分析计算结果的比较.从图 9 中可以看出:在较低 We 数时,实验值与计算值有较大误差,计算值大于实验值,但在较高 We 数时实验值与计算值符合较好.因此线性稳定性分析可以用于估算幂律流体液膜的破碎长度.

图 10 为实验测得的幂律流体液膜表面波长与线性稳定性分析计算结果的比较.从图中可以看出,理论计算的结果普遍大于实验值,但是波长随液膜 We 数的变化趋势与实验是相吻合的,且计算值与实验值之间的差随 We 数增大而减小.文献[9]认为理论值大于实验值的原因是撞击式喷嘴在形成液膜的过程中,从撞击点发出的短波长撞击波主导了液膜破碎的过程.

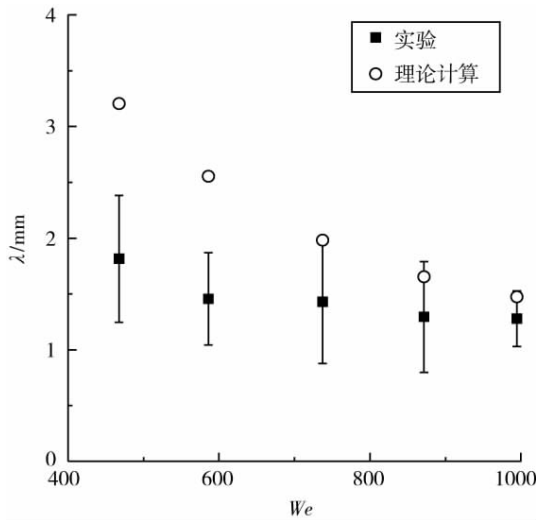


图 10 幂律流体液膜表面波长计算值与实验值的对比
Fig. 10 Comparison of calculated and measured surface wave length

4 结 论

- 1) 幂律流体的稠度系数 K 、流动指数 n 和表面张力 σ 会阻碍液膜表面扰动波的增长;而较大的液膜速度、气液密度比和液膜厚度都使扰动波增长率变大.波长随液膜速度和气液密度比的增大而减小,而液膜厚度增大波长却随之增大.
- 2) 理论计算与实验值的对比表明,线性稳定性分析能较准确地预测液膜的破碎长度,但预测的表面波长却大于实验值.

参考文献:

[1] 杨伟东,张蒙正.凝胶推进剂流变及雾化特性研究与进展

- [J]. 火箭推进, 2005, 31(5): 37-42.
- YANG Weidong, ZHANG Mengzheng. Research and development of rheological and atomization characteristics of gelled propellants[J]. Journal of Rocket Propulsion, 2005, 31(5): 37-42. (in Chinese)
- [2] Madlener K, Ciezki H K. Some aspects of rheological and flow characteristics of gel fuels with regard to propulsion application[R]. AIAA 2009-5240, 2009.
- [3] Mansour A, Chigier N. Air-blast atomization of non-Newtonian liquids[J]. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 1995, 58(2): 161-194.
- [4] Rahimi S, Hasan D, Peretz A. Development of laboratory-scale gel-propulsion technology[J]. Journal of Propulsion and Power, 2004, 20(1): 93-100.
- [5] Dombrowski N, Johns W R. The aerodynamic instability and disintegration of viscous liquid sheets [J]. Chemical Engineering Science, 1963, 18(3): 203-214.
- [6] Ibrahim E A. Spatial instability of a viscous liquid sheet[J]. Journal of Propulsion and Power, 1995, 11(1): 146-152.
- [7] LIU Zhengbai, Brenn G, Durst F. Linear analysis of the instability of two-dimensional non-Newtonian liquid sheets[J]. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 1998, 78(2): 133-166.
- [8] Brenn G, LIU Zhengbai, Durst F. Three-dimensional temporal instability of non-Newtonian liquid sheets[J]. Atomization and Sprays, 2001, 11(1): 49-84.
- [9] Chojnacki K T, Feikema D A. Study of non-Newtonian liquid sheets formed by impinging jets[R]. AIAA 1997-3335, 1997.
- [10] Dombrowski N, Hooper P C. The effect of ambient density on drop formation in sprays[J]. Chemical Engineering Science, 1962, 17(4): 291-305.
- [11] Kim D, Im J, Koh H, Yoon Y. Effect of ambient gas density on spray characteristics of swirling liquid sheets[J]. Journal of Propulsion and Power, 2007, 23(3): 603-611.
- [12] Kim D, Yoon Y, Han P. Effect of flow condition and geometry on flow characteristics of a swirl injector[C]// Proceedings of 16th Annual Conference on Liquid Atomization and Spray Systems. Monterey: ILASS Americas, 2003: 1-9.
- [13] FU Qingfei, YANG Lijun, QU Yuanyuan, et al. Linear stability analysis of a conical liquid sheet[J]. Journal of Propulsion and Power, 2010, 26(5): 955-968.
- [14] Heislbez B, Madlener K, Ciezki H K. Breakup characteristics of a Newtonian liquid sheet formed by a doublet impinging jet injector[R]. AIAA 2007-5694, 2007.